

0 723931 -1

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

БАТУРИН АЛЕКСЕЙ ПАВЛОВИЧ



**ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ
ВОЗМОЖНЫХ ДВИЖЕНИЙ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ
СИСТЕМЫ**

Специальность 01.03.01 –
Астрометрия и небесная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

**НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
КФУ**



0000975787

Санкт-Петербург – 2001

Работа выполнена в НИИ прикладной математики и механики при
Томском государственном университете

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, доцент

А.М. Черницов

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор

С.Д. Шапоров

кандидат физико-математических наук, доцент

В.Б. Титов

Ведущая организация:

Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга при
МГУ, Москва

8 15 30

Защита диссертации состоится « 6 декабря » 2001 г. на заседании
диссертационного совета Д.212.232.15 по защите диссертаций на соиска-
ние ученой степени доктора наук в Санкт-Петербургском государствен-
ном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Старый Петергоф,
Библиотечная пл., 2, ауд. 2143 (математико-механический факультет).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке СПбГУ.

Автореферат разослан

« 17 октября » 2001 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

кандидат физ.-мат. наук



В.В. Орлов

Актуальность проблемы, решаемой в работе, определяется возросшим в последнее время интересом к исследованию движения малых тел Солнечной системы, что нашло свое отражение в многочисленных публикациях на эту тему. Связано это с рядом причин. Одной из них является осознание того, что астероиды и кометы играют немаловажную роль в эволюции Солнечной системы и, в частности, эволюции Земли. Другой, не менее важной причиной, является значительный прогресс в развитии средств наблюдения и обработки измерительной информации. Способствует повышению интереса к изучению эволюции орбит малых тел также развитие вычислительных методов и средств их реализации.

Целью работы является сравнение и анализ существующих способов определения областей возможных движений малых тел Солнечной системы, а также разработка новых способов, их исследование и практическое применение. Под областью возможных движений космического объекта в данной работе понимается некоторая область фазового пространства, содержащая внутри себя действительное положение рассматриваемого объекта. Для реализации поставленной задачи выполнен анализ нелинейных и линейных методов определения текущих областей возможных движений, построены и исследованы алгоритмы определения начальных областей движения, осуществлено применение разработанных алгоритмов к решению ряда практических задач.

Научная новизна.

Разработаны новые методы определения начальных областей движения малых тел, позволяющие получать более точную аппроксимацию области возможных движений по сравнению с другими известными методами, а также способ аппроксимации эллипсоидальной начальной области, удобный для построения видимой границы текущей области возможных движений. Кроме того, предложено несколько вспомогательных методик, повышающих эффективность решения задачи улучшения орбит. Применение этих методик позволило получить ряд интересных практических результатов. В частности, впервые была определена система элементов орбиты кометы Гершель-Риголле, объединяющая два наблюдаемых по-

явления кометы (1788-1789 гг. и 1939-1940 гг.), даны оценки точности ее эфемерид и построена область возможных движений.

Практическая значимость работы.

1. Разработаны методы, которые позволяют определять области возможных движений малых тел Солнечной системы и вычислять оценки точности параметров движения. Разработанные методы могут быть использованы в задачах исследования эволюции движения малых тел, построения эфемерид движения исследуемых объектов и оценке их точности, а также в задачах идентификации наблюдаемых объектов.

2. Построены алгоритмы определения граничных точек начальной области возможных движений произвольной (неэллипсоидальной) формы.

3. Построен алгоритм, позволяющий с достаточной точностью получать границу текущей области возможных движений в пространстве видимых параметров (α, δ) при условии, что начальная область имеет эллипсоидальную форму.

4. Получена более точная система начальных элементов орбиты кометы Гершель-Риголле, на ее основе построена более точная эфемерида кометы, а также область возможных движений.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на:

– 24-ой студенческой научной конференции "Физика космоса" (Екатеринбург, 1995);

– Научной конференции "Стохастические методы и эксперименты в небесной механике" (Архангельск, 1995);

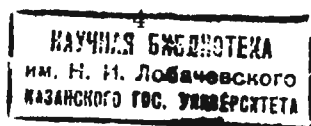
– Международной конференции "Сопряженные задачи механики и экологии" (Томск, 1996);

– IV Международном семинаре "Позиционная астрономия и небесная механика" (Пенискола, Испания, 1996);

– 26-ой Международной студенческой научной конференции "Физика космоса" (Екатеринбург, 1997);

– Международной конференции "Всесибирские чтения по математике и механике" (Томск, 1997),

– Научной конференции "Новые теоретические результаты и практические задачи небесной механики" (Москва, 1997);



- Всероссийской конференции "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики" (Томск, 1998);
- 28-ой Международной студенческой научной конференции "Физика космоса" (Екатеринбург, 1999);
- Научной конференции "Околоземная астрономия и проблемы изучения малых тел Солнечной системы" (Обнинск, 1999);
- Всероссийской конференции "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики" (Томск, 1999);
- Всероссийской конференции "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики" (Томск, 2000);
- Международной конференции "Астрометрия, геодинамика и небесная механика на пороге XXI века" (С.-Петербург, 2000).

На защиту выносятся следующие результаты

1. Новые способы построения начальных областей возможных движений неэллипсоидальной формы, основанные на использовании уровнях поверхностей минимизируемой функции метода наименьших квадратов.
2. Способ аппроксимации эллипсоидальной начальной области, позволяющий строить границу области возможных движений в пространстве видимых параметров (α, δ) .
3. Теоретическая разработка и практическая реализация нелинейных методов отображения областей возможных движений малых тел.
4. Решение задачи определения единой системы элементов орбиты кометы Гершель-Риголле и построение для нее области возможных движений.

По результатам исследования, приведенным в диссертации, опубликовано 11 научных работ. Диссертация изложена на 102 страницах машинописного текста, состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка использованных литературных источников (52 наименования), 4 приложений, содержит 22 рисунка и 10 таблиц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, формулируется цель исследования, представляются выносимые на защиту результаты, излага-

ются доводы, определяющие новизну и практическую значимость работы, описывается структура диссертации.

Первая глава диссертации посвящена постановке задачи определения областей возможных движений малых тел Солнечной системы. Рассмотрена математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений движения

$$\dot{q} = F(q, A, c), \quad \dot{A} = 0$$

с начальными условиями $Q(t_0) \in N(\hat{Q}_0, \hat{k}^2 \hat{D}_0)$, которые определяются МНК-оценками $\hat{Q}_0 = \hat{Q}(t_0)$ и $\hat{D}_0 = \hat{D}(t_0)$ первого и второго статистических моментов вектора начальных параметров $Q(t_0) = (q(t_0), A)$ и оценкой коэффициента усиления \hat{k} . Здесь q – m -мерный вектор параметров движения изучаемого объекта (астероида или кометы); A – p -мерный вектор постоянных, определяемых совместно с вектором начальных параметров $q(t_0)$ методом наименьших квадратов (МНК); c – известный l -мерный вектор постоянных модели (гравитационная постоянная, массы больших планет и т.п.).

В первой главе диссертации рассмотрены также классические методы определения МНК-оценок (Эльясберг, 1976; Мудров, Кушко, 1983) и даны численные оценки точности определения вторых статистических моментов методом дифференциальных поправок. Показано, что для малых тел получаемые методом дифференциальных поправок оценки вторых статистических моментов отличаются не существенно от оценок определяемых непосредственно методом наименьших квадратов с использованием вторых частных производных от измеряемых параметров по начальным оцениваемым параметрам.

В конце главы приводится сравнение эффективности используемых в работе алгоритмов численного интегрирования: метода Эверхарта (Бордовицына, 1984) и экстраполяционного метода Грэгга (Хайрер и др., 1990).

Во второй главе рассматриваются два подхода к проблеме задания начальной области возможных движений. В разделе 2.1 рассмотрен классический подход. В его рамках начальная область задается как эллипсоид ошибок МНК-оценки вектора улучшаемых параметров \hat{Q}_0 , т.е. область описывается с помощью ковариационной матрицы \hat{D}_0 с коэффициентом

усиления $k \leq 3$. Кроме того, рассматривается неклассическая модификация эллипсоида ошибок, заключающаяся в задании значения k , большего трех, и впервые примененная А.Милани (Milani, 1999a). В рамках классического способа задания начальной области, далее, в разделе 2.2 приводится ряд способов точечной аппроксимации эллипсоида ошибок. При этом рассматриваются 3 способа такой аппроксимации:

- 1) с помощью произвольного числа точек, подчиненных закону многомерного нормального распределения;
- 2) с помощью 12 наиболее характерных точек эллипсоида ошибок;
- 3) с помощью точек, расположенных в вершинах эллипсоидов-сечений, полученных в результате сечения эллипсоида ошибок гиперплоскостями, перпендикулярными его наибольшей оси (способ сечений).

В разделе 2.3 рассмотрен другой подход к заданию начальной области возможных движений, упоминание о котором впервые встречается в работе (Milani, 1999b). Он заключается в использовании в качестве границы области возможных движений некоторой уровенной поверхности минимизируемой функции метода наименьших квадратов. В рамках этого подхода разработаны алгоритмы определения точек уровенной поверхности, использующие обобщенный метод Ньютона (Ортега, Рейнболдт, 1975; Moore, 1935; Penrose, 1955) и метод одномерного поиска. Здесь же приводится сравнение эффективности этих методов при решении задачи определения точек уровенной поверхности по наблюдениям одной оппозиции астероида Икар (выборка наблюдений 1987 г.). Результаты этого сравнения позволяют сделать вывод о более высокой эффективности алгоритма, основанного на методе одномерного поиска.

В последнем разделе главы (раздел 2.4) приведены результаты исследования размеров и формы областей возможных движений на примере определения начальных областей движения для астероидов Икар и Тоутатис. При этом области строились по данным наблюдений астероидов в одной оппозиции, причем было использовано несколько различных оппозиций объектов.

Результаты данного исследования можно сформулировать следующим образом:

1. МНК-оценки ковариационных матриц ошибок начальных параметров движения в ряде случаев дают недостоверные заниженные оценки областей возможных движений. Значения коэффициента достоверности k для этих случаев больше трех.

2. Поверхности эллипсоидов, содержащих эталонные оценки начальных параметров движения в ряде случаев не точно представляют уровенные поверхности минимизируемой функции МНК. Для некоторых выборок наблюдений описание уровенных поверхностей эллипсоидами является очень грубым и неприемлемо.

В третьей главе приводятся результаты применения ряда способов, рассмотренных в главе 2, для решения задачи исследования эволюции областей возможных движений.

В начале главы (разделы 3.1 и 3.2) описываются два существующих в настоящее время способа отображения областей возможных движений на другую эпоху: линейный и нелинейный. В следующем разделе (3.3) рассматриваются вопросы применения линейного и нелинейного способов. При этом рассмотрены также упрощенные модификации нелинейного способа: метод однократного варьирования и метод среднеквадратических ошибок. В разделе приводится сравнение всех перечисленных методов при решении ряда задач прогнозирования областей возможных движений для астероида Тютатис. Численные эксперименты позволяют сделать следующие выводы:

1. Нелинейность проявляется наиболее существенно в окрестности перигелийных точек опорной траектории и менее существенно в окрестности афелия.

2. Длина временного интервала, на котором применимы линейные методы, зависит от положения $q(\hat{q}_0, t)$ точки, движущейся относительно точек афелия и перигелия опорной траектории. При оценивании точности определения параметров движения объектов в окрестности точек афелия линейные методы применимы на значительно больших интервалах времени, чем в окрестности точек перигелия. Область применимости линейных методов зависит также от длины мерного интервала измерений, по которым определены начальные оценки \hat{q}_0 и \hat{D}_0 .

3. Метод однократного варьирования начальных условий дает недо-
стоверные оценки точности определения параметров движения объектов.
Суть метода состоит в нахождении оценок по разностям параметров дви-
жения, определяемых по двум траекториям $q(\hat{q}_0, t)$ и $q(\hat{q}_0 \pm \sigma q_0, t)$, где
 $\{\sigma q_0\}_{ii}^2 = \{\hat{k}^2 \hat{D}_0\}_{ii}$.

Можно показать, что в линейном приближении метод однократного
варьирования представляет собой линейный метод с начальной вырож-
денной матрицей $\hat{k}^2 D'_0$, где матрица D'_0 формируется по диагональным
элементам матрицы \hat{D}_0 , а именно:

$$\{D'_0\}_{ij} = \{\hat{D}_0\}_{ii}^{1/2} \{\hat{D}_0\}_{jj}^{1/2} \quad (i, j = 1, \dots, 6).$$

Полученные нами теоретические и численные результаты показали
несостоятельность применения такого способа оценивания точности опре-
деления параметров движения изучаемых объектов.

5. При значении \hat{k} , принятом в нелинейном отображении, модифика-
ции нелинейных методов с начальными условиями $N(\hat{q}_0, \hat{k}^2 \text{diag} \hat{D}_0)$ (ме-
тоды среднеквадратических ошибок) дают более грубые оценки точности
определения параметров движения объектов.

Полная вероятностная неопределенность в нахождении оценок моди-
фикациями нелинейных методов наступает значительно раньше по вре-
мени, чем в случае использования полной статистической информации
вида $N(\hat{q}_0, \hat{k}^2 \hat{D}_0)$.

В последнем разделе главы (3.3.2) приводятся результаты применения
способов точечной аппроксимации эллипсоидальной области возможных
движений, рассмотренных в разделе 2.3, для целей отображения области
нелинейным методом. Показано, что применение точечной аппроксимации
начального эллипсоида ошибок способом сечений дает достаточно точную
видимую границу области в пространстве (α, δ) , что позволяет применять
его в задачах идентификации космических объектов.

Демонстрируется также несостоятельность способа среднеквадрати-
ческих ошибок на примере построения видимой области возможных дви-
жений астероида Икар. Полученные результаты подтверждают вывод,
сделанный в разделе 3.3.1, что для аппроксимации начальной области,

необходимо использовать полную ковариационную матрицу \hat{D}_0 , т.е. всю информацию об эллипсоиде ошибок.

Четвертая глава посвящена задаче построения области возможных движений кометы 35P/ Гершель–Риголле. Для этой цели решается задача определения единой системы элементов орбиты кометы, объединяющей два наблюдаемых появления кометы в 1788–1789 гг. и 1939–1940 гг. Кроме того, в данной главе приводятся оценки точности эфемерид кометы.

В разделе 4.1 дается краткий обзор работ, связанных с наблюдениями кометы и определением элементов ее орбиты.

В разделе 4.2 приведены результаты компьютерного моделирования задачи определения единой системы элементов орбиты кометы, что позволило установить причины, по которым задача не была ранее решена, и определить условия решаемости задачи. Установлено, что задача имеет резко выраженный овражный характер с числами обусловленности $10^{15} - 10^{16}$ в точках решения. Степень обусловленности зависит от выбора начального момента времени. Вследствие этого вычислительные операции должны выполняться с числом значащих десятичных цифр не менее 16. В этом случае задача не будет являться численно вырожденной. Установлено также, что итерационный метод дифференциальных поправок сходится к решению только при выборе начального момента времени внутри интервала от 1790 г. до 1938 г. Перигелийные моменты лежат вне этого интервала.

Последующие разделы посвящены проблеме объединения двух наблюдаемых появлений кометы единой системой оскулирующих элементов. В разделе 4.3 приводится решение этой задачи с помощью отбраковки наблюдений и построения их наилучшей выборки. В разделах (4.3.1-4.3.3) даны результаты полной обработки всех наблюдений кометы и выполнено исследование по формированию лучшей выборки наблюдений во втором появлении. Применен способ объединения двух появлений кометы, связанный со сдвигом начального момента времени (Медведев, 1986) и формированием лучшей выборки наблюдений. Приведены также результаты решения задачи определения единой системы элементов орбиты кометы и анализа точности эфемерид ее движения (раздел 4.4).

Новые элементы кометы Гершель-Риголле имеют вид

Эпоха 1939, август 5.0 (J.E.D. 2429480.5)

эклиптика и равноденствие 2000.0

$a = 28.85333020$ а.е. $\Omega = 355^{\circ}.97979144$

$e = 0.97405843$ $\omega = 29^{\circ}.29581290$

$i = 64^{\circ}.20521892$ $\tau = 1939 \ 8 \ 9.46262228$

В предположении, что негравитационные эффекты в движении кометы незначительны, ошибка определения по этой системе элементов моментов времени прохождения перигелия и сближения с Землей в следующем появлении равна 0.2 суток. Ошибка определения этих моментов времени по системе элементов орбиты каталога Марсдена составляет 28 и 22 суток.

В следующих двух разделах (4.5 и 4.6) приводятся результаты применения еще двух методов, позволяющих объединить два появления кометы: метода покоординатного спуска и метода улучшения по элементам. Эти методы заключаются в уточнении начального приближения для улучшения орбиты методом дифференциальных поправок. Они могут представлять интерес в задачах улучшения орбит малых тел Солнечной системы, их применение не связано с отбраковкой наблюдений и поэтому является менее трудоемким по сравнению с описанным выше методом. Можно рекомендовать их применение для уточнения начального приближения в случаях, когда оно лежит вне области сходимости метода дифференциальных поправок.

В последнем разделе (4.7) описано построение области возможных движений кометы. При этом область строится путем отображения начального эллипсоида ошибок в пространство (α, δ) способом сечений и приводится на два момента времени: 1.01.2001 г. и в момент будущего прохождения кометой перигелия 13.04.2092 г. При построении эллипсоида ошибок было задано значение $k = 4$. Полученная область имеет небольшие размеры, что позволяет надежно идентифицировать комету как в настоящее время, так и в будущем ее появлении при условии, что для этой кометы неучитываемые негравитационные возмущения невелики.

Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 11 работах:

1. Батурин А.П. О точности определения эфемерид космических объектов, сближающихся с Землей // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. с. 117–120.
2. Черницов А.М., Тамаров В.А., Батурин А.П. Анализ некоторых способов оценивания точности прогноза движения малых тел по данным наблюдений. // Международная конференция "Всесибирские чтения по математике и механике" (17-20 июня 1997 г., Томск). Избранные доклады. Т.2. Механика. Томск: Изд-во ТГУ, 1997. С. 277—282.
3. Черницов А.М., Батурин А.П. О точности прогнозирования движения комет // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей. Томск: Изд-во ТГУ, 1998. с. 144–148.
4. Черницов А.М., Батурин А.П., Тамаров В.А. О представлении вероятностных областей движения малых тел // Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во ТГУ, 1998, вып.16. с. 98–113.
5. Черницов А.М., Батурин А.П. Новая система элементов кометы Гершель-Риголле // Астрономия и геодезия. Томск: Изд-во ТГУ, 1998, вып.16. с. 172–176.
6. Черницов А.М., Батурин А.П., Тамаров В.А. Анализ некоторых методов определения вероятностной эволюции движения малых тел Солнечной системы // Астрономический вестник, 1998, т. 32, N 5, с. 459–467.
7. Черницов А.М., Батурин А.П. Об определении параметров кометных орбит // Всероссийская конференция "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики" (2-4 июня 1998 г., Томск). Доклады. Томск: Изд-во ТГУ, 1998 с.173-174.
8. Батурин А.П. Определение орбит комет, наблюдавшихся в одном и двух появлениях // Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей. Томск: Изд-во ТГУ, 1999. с. 128–129.

9. Черницов А.М., Батурич А.П. Новая улучшенная система элементов орбиты кометы 35P/Herschel-Rigollet // *Астрономический вестник*, 2001, т. 35, с. 1-12.
10. Батурич А.П., Черницов А.М. Два алгоритма определения областей возможных движений космических объектов // *Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей*. Томск: Изд-во ТГУ, 2001. с. 86-88.
11. Батурич А.П. Построение видимых границ областей возможных движений космических объектов способом сечений // *Исследования по баллистике и смежным вопросам механики: Сборник статей* Томск: Изд-во ТГУ, 2001. с. 83-85.

В публикациях по содержанию диссертации соавторами выполнено следующее:

- Черницов А.М. осуществлял постановку ряда задач и принимал участие в анализе результатов;
- Тамаров В.А. принимал участие в разработке программного обеспечения и проведении необходимых вычислений в среде системы компьютерной алгебры "MATHEMATICA".

ЦИТИРУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Бордовицына Т.В. Современные численные методы в задачах небесной механики. - М.: Наука, 1984. - 136 с.
2. Медведев Ю.Д., Свешников М.А., Сокольский А.Г., Тимошкова Е.И., Чернетенко Ю.А., Черных Н.С., Шор В.А. Астероидно-кометная опасность // Спб.: ИТА РАН, 1996. 244 с.
3. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. М.: Радио и связь, 1983. 304 с.
4. Ортега Дж., Рейнболдт В. Итерационные методы решения нелинейных систем уравнений со многими неизвестными. М.: Мир, 1975. 560 с.
5. Хайрер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. 512 с.
6. Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений. М.: Наука, 1976. 416 с.
7. Milani A. The asteroid identification problem // Icarus, 1999. 137. P. 269–292.
8. Milani A., Valsecchi G.B. The asteroid identification problem // Icarus, 1999. 140. P. 408–423.
9. Moore E.H. General Analysis // American Phil. Soc., Philadelphia.
10. Penrose R. A Generalized Inverse for Matrices // Proc. Camb. Phil. Soc. 51, p. 406–413.

2-